**Практическая работа №2**

# Содержание

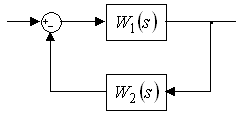
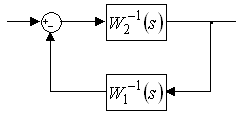
Исследование характеристик систем с обратной связью в частотной области. Приближенное построение частотных характеристик замкнутых систем по частотным характеристикам (ЧХ) звеньев. Устойчивость замкнутых систем с отрицательной обратной связью.

**Основные сведения из теории**

Передаточная функция (ПФ) системы с отрицательной обратной связью (рис. 1, *а*) выражается через ПФ звеньев следующим образом:

. (1)



*а)* *б)*

*Рис. 1*

Передаточная функция разомкнутого контура (разомкнутой системы) равна произведению ПФ звеньев, образующих этот контур, т. е.

. (2)



Частотные характеристики замкнутой или разомкнутой систем получают заменой в (1) или (2) аргумента на , причём . Следовательно



. (3)



Звенья и считаются минимально-фазовыми. Тогда, если для некоторого множества (диапазона) частот контур имеет большое усиление, т. е. ,



то, как это следует из (3), ЧХ замкнутой системы приближённо равна

, (4)



т. е. по отношению к входным сигналам, спектры которых принадлежат диапазону , свойства замкнутой системы в основном определяются характеристиками звена цепи обратной связи. Другими словами, рассматривается диапазон частот , на котором ЧХ замкнутой системы примерно совпадает с обратной частотой характеристикой звена цепи обратной связи. Частоту целесообразно определять по логарифмической амплитудно-частотной характеристике (ЛАЧХ) разомкнутого контура согласно соотношению



.



В случае единичной отрицательной обратной связи () выполняется условие ,



т. е. система воспроизводит входные сигналы со спектром из с малой ошибкой.



В том случае, когда усиление контура велико за счёт большого усиления звена обратной связи («глубокая» обратная связь), коэффициент передачи замкнутой системы мал. Действительно, как это ясно из (4), при больших значениях модуля , значения будут малыми, т. е. выход системы инвариантен к внешним сигналам соответствующего спектра.



Если для множества частот контур имеет малое усиление, т. е. ,



то, как это следует из (3), ЧХ замкнутой системы приближённо равна ЧХ звена прямой цепи

,



т. е. в диапазоне частот, где усиление контура мало, обратная связь практически не оказывает влияния на характеристики системы.

Практически можно считать усиление контура достаточно большим, если

или ,



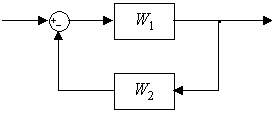
и малым, если

или .

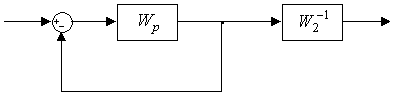


Обратные связи широко используются для целенаправленного изменения характеристик (свойств) объекта управления и других элементов системы управления (СУ). Поэтому важной задачей является изучение влияния обратной связи на характер собственных движений системы.

Рассматривается замкнутая система (рис. 2, *а*) с отрицательной обратной связью.



*а*)



*б*)

## Рис. 2

В результате эквивалентного преобразования исходную структурную схему можно привести к виду, представленному на рис. 2, *б*, где:

. (4.1)



Модель СУ представляет собой последовательное соединение контура с единичной отрицательной обратной связью и звена с передаточной функцией (ПФ) . В дальнейшем ограничимся рассмотрением характеристик только замкнутого контура, т. е. системы с ПФ прямой цепи и с единичной отрицательной обратной связью.



Как известно, характер собственных движений и устойчивость линейной динамической системы определяются только корнями характеристического полинома (ХП).

Для системы без контуров, т. е. только с последовательным или параллельным соединением звеньев, множество корней её ХП является объединением подмножеств корней ХП этих звеньев. Если же соединения звеньев образуют контуры, то корни ХП в общем случае отличаются от корней ХП звеньев.

Передаточную функцию разомкнутой системы можно записать в виде:

, (4.2)



где – коэффициент передачи. Предполагается, что степень полинома числителя не превышает степени полинома знаменателя.



Передаточная функция замкнутой системы с единичной отрицательной обратной связью равна:

, (4.3)



а её ХП определяется выражением:

. (4.4)



Корни ХП замкнутой системы в общем случае могут существенно отличаться от корней ХП разомкнутой системы, причём, чем выше усиление контура, т. е. больше значение коэффициента передачи , тем значительнее будет это отличие.



Отдельные корни ХП , число которых равно числу корней полинома , после замыкания системы перемещаются на комплексной плоскости по-разному. Подвижность каждого корня зависит от усиления контура на частоте, равной модулю этого корня и от наличия близкого нуля ПФ . Можно выделить следующие две группы корней ХП :



* корни, приближённо равные тем нулям ПФ разомкнутой системы (конечно, если такие нули, т. е. корни полинома , имеются), модули которых принадлежат области частот, где усиление контура велико, т. е.



;



* корни, приближённо равные тем полюсам ПФ разомкнутой системы (корням ХП ), модули которых принадлежат области частот, где усиление контура мало, т. е.



.



Важно отметить, что если полиномы , ПФ разомкнутой системы имеют нетривиальный общий делитель, т. е. имеются нули ПФ , совпадающие с её полюсами (диполи), то среди полюсов ПФ будут полюсы, в точности равные этим нулям. Другими словами, при замыкании системы такие полюсы ПФ остаются неподвижными.



Необходимым и достаточным условием устойчивости линейной системы (затухания собственных движений) является отрицательность действительных частей всех корней её ХП. Положительность всех коэффициентов ХП является необходимым условием устойчивости (для систем первого и второго порядков это условие является и достаточным).

Для исследования устойчивости замкнутых систем, степень ХП которых , используются алгебраические или частотные критерии. Так, например, алгебраический критерий Гурвица для систем третьего порядка с ХП



,



определяет достаточное условие устойчивости в виде неравенства:

.



Если в этом выражении поставить знак равенства, то получается условие, при котором система находится на границе устойчивости, а ХП имеет пару чисто мнимых корней. Вычисляемое при этом значение коэффициента является критическим .



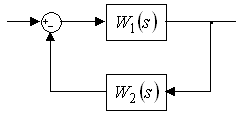
Для исследования устойчивости замкнутых систем можно также использовать частотный критерий Найквиста.

Корневой годограф

Для этого следует последовательно задаваться различными значениями и откладывать соответствующие точки, отвечающие корням, на комплексной плоскости. Затем точки соединяются между собой так, чтобы получить непрерывную линию (траекторию корня). Указать направление траектории при увеличении значения . Количество точек выбирается таким, чтобы получить целостное представление о траектории.



**Задача 1.** Для системы, структурная схема которой имеет вид рис.1, *а* с ПФ звеньев



, ,



требуется графически определить диапазоны частот , , используя ЛАЧХ разомкнутой системы (значение коэффициента передачи определяется вариантом задания) и построить в этих диапазонах приближённые ЛАЧХ и логарифмическую фазочастотную характеристику (ЛФЧХ) замкнутой системы.



***Ответить на следующие вопросы:***

* Какому типовому звену эквивалентна замкнутая система? Как выражаются параметры эквивалентной ПФ замкнутой системы через параметры ПФ звеньев?



* Какой вид имеют ЛАЧХ и ЛФЧХ замкнутой и разомкнутой систем? Привести их графики.
* Какова должна быть частота входного сигнала , чтобы он воспроизводился системой практически без искажений? Подтвердить экспериментально, привести графики процессов.

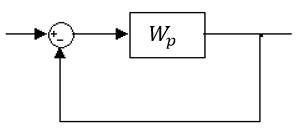


* Какова должна быть частота входного сигнала , чтобы он практически не пропускался системой? Подтвердить экспериментально, привести графики процессов.

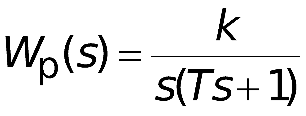


**Задача 2.**

Для системы следующего вида



И ПФ



построить корневой годограф (для замкнутой системы) при изменении  от нуля до бесконечности. Значение постоянной времени  определяется вариантом задания.

Для этого следует последовательно задаваться различными значениями  и откладывать соответствующие точки, отвечающие корням, на комплексной плоскости. Затем точки соединяются между собой так, чтобы получить непрерывную линию (траекторию корня). Указать направление траектории при увеличении значения . Количество точек выбирается таким, чтобы получить целостное представление о траектории.

***Ответить на следующие вопросы:***

* Как будут располагаться на комплексной плоскости корни ХП при ? Показать траектории.

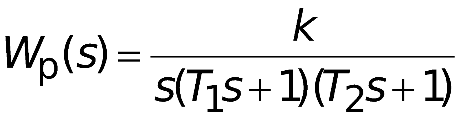


* Как изменяется переходная характеристика замкнутой системы при изменении коэффициента передачи в интервале ? Привести качественно различные графики (т. е. отвечающие различным корням: простым вещественным; кратным вещественным; комплексным).



**Задача 3**

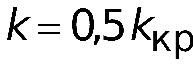
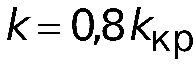
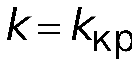
Для той же системы из задания 2 с ПФ вида

,

построить корневой годограф при изменении от нуля до бесконечности. Значения постоянных времени  и  определяются вариантом задания.

Для этого следует последовательно задаваться различными значениями  и откладывать соответствующие точки, отвечающие корням, на комплексной плоскости. Затем точки соединяются между собой так, чтобы получить непрерывную линию (траекторию корня). Указать направление траектории при увеличении значения . Количество точек выбирается таким, чтобы получить целостное представление о траектории.

***Ответить на следующие вопросы:***

* *Определить критическое значение , при котором замкнутая система находится на границе устойчивости. Исследовать временные и частотные характеристики (АФХ, ЛАЧХ, ЛФЧХ) замкнутой и разомкнутой системы при ; ; . Привести графики.*



**Задача 4** Для системы из задачи 3 в прямую цепь ввести последовательно дополнительное звено с ПФ . Определить ХП замкнутой системы и построить корневой годограф при изменении коэффициента передачи в интервале , приняв .



***Ответить на следующие вопросы:***

* Чем объясняется неподвижность одного из корней ХП?
* Как проявляется на временных и частотных характеристиках замкнутой системы наличие неподвижного корня ХП?
* Как объяснить характер траекторий подвижных корней ХП при изменении ?



**Задача 5.** Принять ПФ прямой цепи в виде:

.



Используя изложенную в основных сведениях из теории методику оценки подвижности корней, использующую ЛАЧХ разомкнутой системы , определить диапазон частот (где усиление контура велико), диапазон частот (где усиление контура мало) и приближённые значения отдельных корней ХП замкнутой системы, которые принадлежат этим областям. Найти точные значения корней ХП и оценить эффективность методики для рассматриваемого примера. Значения постоянных времени , и определяются вариантом задания.



**Варианты заданий**

| Вариант | ***Задание 1,*** k | ***Задание 2***, T | ***Задание 3, T1 и T2*** | ***Задание 5, T1, T2 и T3*** |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ***1*** | 5,0 | 1,60 | 1,8 и 3,2 | 2; 0.3; 0.1 |
| ***2*** | 15,0 | 1,40 | 1,2 и 3,8 | 1,5; 0,2; 0.5 |
| ***3*** | 25,0 | 1,20 | 2 и 1 | 1; 0,1; 0.5 |
| ***4*** | 35,0 | 1,00 | 1 и 2 | 3,5; 0,6; 2 |
| ***5*** | 40,0 | 0,80 | 2,6 и 2,4 | 3; 0,5; 4 |
| ***6*** | 60,0 | 0,60 | 3 и 5 | 2,5; 0,4; 1 |
| ***7*** | 80,0 | 0,40 | 2,2 и 4,4 | 0,5; 0,8; 4 |
| ***8*** | 90,0 | 0,20 | 1,4 и 2,6 | 4; 0,9; 2 |
| ***9*** | 100,0 | 0,00 | 1,8 и 3,2 | 2; 0.3; 0.1 |
| ***10*** | 5,0 | 1,60 | 1,2 и 3,8 | 1,5; 0,2; 0.5 |
| ***11*** | 15,0 | 1,40 | 2 и 1 | 1; 0,1; 0.5 |
| ***12*** | 25,0 | 1,20 | 1 и 2 | 3,5; 0,6; 2 |
| ***13*** | 35,0 | 1,00 | 2,6 и 2,4 | 3; 0,5; 4 |
| ***14*** | 40,0 | 0,80 | 3 и 5 | 2,5; 0,4; 1 |
| ***15*** | 60,0 | 0,60 | 2,2 и 4,4 | 0,5; 0,8; 4 |
| ***16*** | 80,0 | 0,40 | 1,4 и 2,6 | 4; 0,9; 2 |
| ***17*** | 90,0 | 0,20 | 1,8 и 3,2 | 2; 0.3; 0.1 |
| ***18*** | 100,0 | 0,00 | 1,2 и 3,8 | 1,5; 0,2; 0.5 |
| ***19*** | 5,0 | 1,60 | 2 и 1 | 1; 0,1; 0.5 |
| ***20*** | 15,0 | 1,40 | 1 и 2 | 3,5; 0,6; 2 |
| ***21*** | 25,0 | 1,20 | 2,6 и 2,4 | 3; 0,5; 4 |
| ***22*** | 35,0 | 1,00 | 3 и 5 | 2,5; 0,4; 1 |
| ***23*** | 40,0 | 0,80 | 2,2 и 4,4 | 0,5; 0,8; 4 |
| ***24*** | 60,0 | 0,60 | 1,4 и 2,6 | 4; 0,9; 2 |
| ***25*** | 80,0 | 0,40 | 1,2 и 3,8 | 2; 0.3; 0.1 |